

<https://doi.org/10.5281/zenodo.3829632>

УДК 330.42

## **Вербицкая А.Р., Хорунжий В.А., Царькова Е.В.**

*Вербицкая Александра Романовна*, ФГБОУ ВО «Российский государственный университет правосудия», 117418, Россия, г. Москва, Новочерёмушкинская ул., д. 69. E-mail: alexandraver@inbox.ru.

*Хорунжий Виктор Александрович*, ФГБОУ ВО «Российский государственный университет правосудия», 117418, Россия, г. Москва, Новочерёмушкинская ул., д. 69. E-mail: victor.khorunzhiy3801@gmail.com.

*Царькова Елена Валентиновна*, кандидат физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Российский государственный университет правосудия», 117418, Россия, г. Москва, Новочерёмушкинская ул., д. 69. E-mail: e.v.tsarkova@mail.ru.

## **Решение многокритериальной задачи в экономике**

**Аннотация.** В данной статье рассматривается решение многокритериальных задач в экономике. Исследуется понятие многокритериальной задачи, ее общая формулировка, а также методы, позволяющие прийти к решению различных экономических задач. В качестве основных методов рассматриваются: множество Парето, метод идеальной точки, метод последовательных уступок. На основе метода последовательных уступок с помощью использования табличного редактора Excel решается пример трехкритериальной экономической задачи, связанной с оптимизацией плана выпуска продукции предприятия. В итоге получаем две системы значений для переменных и целевых функций.

**Ключевые слова:** многокритериальная задача, экономика, метод Парето, метод идеальной точки, метод последовательных уступок, целевая функция.

## **Verbitskaya A.R., Khorunzhiy V.A., Tsarkova E.V.**

*Verbitskaya Alexandra Romanovna*, Russian state University of justice, 117418, Russia, Moscow, Novocheremushkinskaya st., 69. E-mail: alexandraver@inbox.ru.

*Khorunzhiy Victor Alexandrovich*, Russian state University of justice, 117418, Russia, Moscow, Novocheremushkinskaya st., 69. E-mail: victor.khorunzhiy3801@gmail.com.

*Tsarkova Elena Valentinovna*, Candidate of Physical And Mathematical Sciences, Associate Professor, Russian state University of justice, 117418, Russia, Moscow, Novocheremushkinskaya st., 69. E-mail: e.v.tsarkova@mail.ru.

## **Solving a multi-criteria problem in economics**

**Abstract.** This article discusses the solution of multi-criteria problems in economics. The concept of a multi-criteria problem, its General formulation, as well as methods that allow us to come to the solution of various economic problems are studied. The main methods are considered: the Pareto set, the ideal point method, and the method of consecutive concessions. Based on the method of consecutive concessions, using the Excel table editor, an example of a three-criteria economic problem related to optimizing the enterprise's production plan is solved. As a result we get two systems of values for variables and target functions.

**Key words:** multicriteria problem, economics, Pareto method, ideal point method, method of consecutive concessions, objective function.

Человек в своей практической деятельности регулярно сталкивается с различными проблемами, сутью которых является отыскание наилучшего решения при условии различных условий оптимизации. Взять пример с процессом урбанизации. Этот план должен учитывать множество различных условий, к которым относятся такие, как появление или устранение дополнительных проблем, связанных с экологией муниципального образования и целого региона; выигрыш жилищно-строительных компаний от роста спроса на жилплощадь; проигрыш жителей деревень, связанный с потребностью в переезде и так далее. Если такого рода задачи решаются методами математического программирования, то говорят о задачах многокритериальной оптимизации.

Появление задач многокритериальной оптимизации напрямую связано с проблемами, в которых ставится необходимость удовлетворения сразу нескольких условий. Однако в таких задачах условия нельзя отразить каким-либо определенным показателем (например, если нужно высчитать максимальную оптимизацию для прибыли и качества произведенного товара). В таких случаях необходимо отыскать точку ОДР (область допустимых решений), которая удовлетворит условию максимизации или минимизации всех критериев задачи.

Для построения и решения многокритериальной задачи первый частный критерий обозначается через  $Z_i(\bar{X})$ , где  $\bar{X}$  - допустимое решение, а через  $Q$  обозначается ОДР. Меняя знак функции, можно свести задачу максимизации к минимизации и наоборот. Кратко мультикритериальную задачу можно построить по следующей формуле:

$$Z(\bar{X}) = \langle Z_1(\bar{X}), Z_2(\bar{X}), \dots, Z_m(\bar{X}) \rangle \rightarrow \max \quad (1)$$

$$\bar{X} \in Q \quad (2)$$

Проблемой решения многокритериальной задачи является то, что какие-то критерии задачи алогичны относительно друг друга или вовсе взаимоисключающие, какие-то идут взаимозависимо и параллельно друг другу, а какие-то и вовсе не влияют друг на друга индифферентны.

В связи с этим, решая задачу многокритериальной оптимизации, нередко обращаются к методу экспертных оценок. Этот метод позволяет взвесить значения отдельных критериев, а также найти взаимосвязь между ними.

Наиболее часто применяемыми методами решения многокритериальной задачи являются: множество Парето, метод идеальной точки, а также метод последовательных уступок.

Что касается вопроса общей постановки многокритериальной задачи (1), (2), нужно отметить, что по-хорошему поиск решения задачи расположен на пересечении множества оптимальных решений всех отдельных, однокритериальных уравнений задачи. Однако в большинстве случаев такое пересечение оказывается пустым множеством, поэтому приходится рассматривать переговорное множество эффективных решений или решений оптимальных по Парето. Для решения таких задач, когда одновременно необходимо достичь улучшения значений одних показателей и не ухудшить другие, принято использовать критерий оптимальности итальянского экономиста и инженера В. Парето.

Согласно определению, вектор  $\bar{X}^* \in Q$  является оптимальным (эффективным по Парето) решением задач (1), (2) тогда, когда отсутствует такой вектор  $\bar{X} \in Q$ , что

$$Z_i(\bar{X}) \geq Z_i(\bar{X}^*), i = \overline{1, m} \quad (3)$$

При этом должно учитываться условие, что как минимум для одного значения  $i$  выполняется строгое неравенство.

Метод идеальной точки заключается в том, что решение сводится к исследованию границы оптимума Парето такой точки, которая была бы максимально приближена к идеальной, которую задает лицо, принимающее решение (ЛПР). Как правило, ЛПР задает в качестве конечного результата желанные значения необходимых ему показателей, и зачастую координатами целевой точки выступает совокупность самых лучших значений каждого критерия (в практической дея-

тельности эта точка очень трудно реализуется при заданных ограничениях, в связи с этим она называется «идеальной»).

Метод последовательных уступок в решении задачи, требующей оптимизации одновременно нескольких критериев, используется тех случаях, когда есть возможность упорядочить частные критерии согласно уменьшению их важности. Допустим, что перечень частных критериев достигает максимума и пронумерован с учетом показателя важности. Сперва, найдем максимум первого по важности критерия в области допустимых решений  $Z_1^*$ , посредством решения задачи с одним критерием:

$$Z_1(\bar{X}) \rightarrow \max, (4)$$

$$\bar{X} \in Q. (5)$$

Далее, учитывая практические соображения и принятую точность, назначаем величину допустимого отклонения  $\delta > 0$  (экономически целесообразной уступки) критерия  $Z$  и находим максимум следующего критерия  $Z_2$ , принимая во внимание, что значение первого критерия не отклоняется от соответствующего ему максимума более чем на величину допустимой уступки, т.е. решаем задачу:

$$Z_2(\bar{X}) \rightarrow \max (6)$$

$$Z_1(\bar{X}) \geq Z_1^* - \delta_1, (7)$$

$$\bar{X} \in Q. (8)$$

Для нахождения максимального значения третьего частного критерия, используем уступки первого и второго критерия, назначаем величину допустимого отклонения  $\delta_2 > 0$  по второму критерию:

$$Z_3(\bar{X}) \rightarrow \max, (9)$$

$$Z_1(\bar{X}) \geq Z_1^* - \delta_1, (10)$$

$$Z_2(\bar{X}) \geq Z_2^* - \delta_2, (11)$$

$$\bar{X} \in Q, (12)$$

Подобные действия производятся до тех пор, пока не будет найден максимум критерия  $Z_m$ , который является наименее важным. При этом учитывается, что значение каждого из первых  $m - 1$  частных критериев не должен отличаться от соответствующего ему максимального значения более чем на величину допустимого отклонения по заданному критерию. Оптимальным принято называть решение, полученное на последнем этапе. Стоит отметить, что решение задач данным методом не всегда гарантирует эффективный результат.

Рассмотрим решение многокритериальной задачи в графическом редакторе Excel на примере трехкритериальной задачи с двумя уступками.

Для производства трех изделий А, В и С предприятие использует три вида сырья (табл. 1).

Определить оптимальный план выпуска продукции (Рис.1).

Таблица 1. Расход сырья на производство продукции

Вид сырья	Норма расхода на изделие			Общее количество сырья
	А	В	С	
1	1	3	2	10
2	2	1	1	16
3	1	2	0	24
Прибыль от реализации	2	1	-3	?
Затраты на выпуск	1	3	-2	?
Производство продукции	1	2	4	?



(из условия), то ее значение не может быть больше 10,5 (5,5+5,0). Воспользовавшись «Поиском решений» последний раз, выделим ячейку, содержащую значение третьей функции, а также введем ог-

раничение, что значение второй функции не может превышать значения с условием уступки, то есть не больше 10,5.

Таким образом, получим следующий конечный результат:

	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>		
Переменные	10,76	6,62	1,11		
Целевые	24,8	28,4	6,93		
Ограничения	1	3	2	32,84	1
	2	-1	1	16,00	16
	1	2	0	24,00	24
Уступка 1(δ1)	4	24,80			
Уступка 2(δ2)	5	28,4			

Рисунок 2. Результат выполнения работы в графическом редакторе Excel

$$\begin{cases} x_1 = 7,4; \\ x_2 = 0,2; \\ x_3 = 1,0. \end{cases} \begin{cases} z_1 = 12,0; \\ z_2 = 6,0; \\ z_3 = 11,8. \end{cases}$$

Заключение. Практическая ценность анализа в значительной степени зависит от того, насколько разработанная математическая модель адекватна действительности, поскольку кроме детерминированных и

стохастических задач возникают ситуации, где оценка ситуации и принятие решений происходит в условиях неточной информации или при наличии нечетких целей и ограничений. Тогда выбор математического аппарата зависит от качества и полноты априорной информации [4, 5].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ногин В.Д. Принятие решений при многих критериях. Учебно-методическое пособие. СПб. Издательство «ЮТАС», 2007. 104 с.
2. Коротченко А.Г., Кумагина Е.А., Сморякова В.М. Введение в многокритериальную оптимизацию. Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. 55 с.
3. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений: Учебное пособие. М.: МАКС Пресс, 2008. 197 с.
4. Царькова Е.В. Оптимизация «цифровой» экономики: анализ чувствительности и информационной неопределенности // Правовая информатика. 2018. № 3. С. 16-24.
5. Царькова Е.В. Методы управления проектами в условиях информационной неопределенности // Правовая информатика. 2019. № 4. С. 29-39.

#### REFERENCES (TRANSLITERATED)

1. Nogin V.D. Prinjatie reshenij pri mnogih kriterijah. Uchebno-metodicheskoe posobie. SPb. Izdatel'stvo «JuTAS», 2007. 104 s.

2. Korotchenko A.G., Kumagina E.A., Smorjakova V.M. Vvedenie v mnogokriterial'nuju optimizaciju. Uchebno-metodicheskoe posobie. Nizhnij Novgorod: Nizhegorodskij gosuniversitet, 2017. 55 s.
3. Lotov A.V., Pospelova I.I. Mnogokriterial'nye zadachi prinjatija reshenij: Uchebnoe posobie. M.: MAKS Press, 2008. 197 s.
4. Car'kova E.V. Optimizacija «cifrovoj» jekonomiki: analiz chuvstvitel'nosti i informacionnoj neopredelennosti // Pravovaja informatika. 2018. № 3. S. 16-24.
5. Car'kova E.V. Metody upravlenija proektami v uslovijah informacionnoj neopredelennosti // Pravovaja informatika. 2019. № 4. S. 29-39.

Поступила в редакцию 23.04.2020.

Принята к публикации 27.04.2020.

---

*Для цитирования:*

Вербицкая А.Р., Хорунжий В.А., Царькова Е.В. Решение многокритериальной задачи в экономике // Гуманитарный научный вестник. 2020. №4. С. 48-53. URL: <http://naukavestnik.ru/doc/2020/04/Verbitskaya.pdf>